

الجمهورية الجزائرية الديمقراطية الشعبية

وزارة التربية الوطنية

الديوان الوطني للامتحانات والمسابقات



امتحان بكالوريا التعليم الثانوي

دورة: 2020

الشعبة: تقني رياضي

اختبار في مادة: الرياضيات

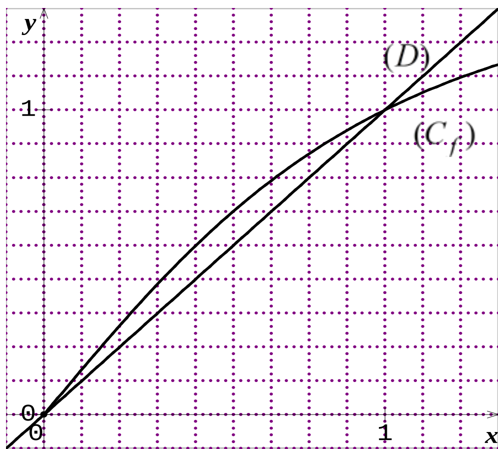
المدة: 04 سا و30 د

**على المترشح أن يختار أحد الموضوعين الآتيين:**

## الموضوع الأول

**التمرين الأوّل: (04 نقاط)**

الدالة العددية $f$ معرفة ومتزايدة تماما على المجال $]0;+\infty[$ بـ: $f(x)=\dfrac{3x}{\sqrt{4x^2+5}}$ ، $(C_f)$ تمثيلها البياني في المستوي المنسوب إلى المعلم المتعامد المتجانس $(O;\vec{i},\vec{j})$ و $(D)$ المستقيم ذو المعادلة $y=x$ .




المتتالية العددية $(u_n)$ معرفة بحدها الأول $u_0$ حيث: $u_0=\dfrac{1}{2}$

و من أجل كل عدد طبيعي $n$ : $u_{n+1}=f(u_n)$

**1)** أ . أعد رسم الشكل المقابل ثمّ مثّل على حامل محور الفواصل الحدود $u_0$ ، $u_1$ ، $u_2$ و $u_3$ مبرزا خطوط الإنشاء.

ب. ضع تخمينا حول اتجاه تغيّر المتتالية $(u_n)$ وتقاربها.

**2)** أ . برهن أنّه من أجل كل عدد طبيعي $n$: $\dfrac{1}{2}\le u_n<1$ .

ب. بيّن أنّ المتتالية $(u_n)$ متزايدة تماما، ثمّ استنتج أنّها متقاربة.

**3)** المتتالية العددية $(v_n)$ معرفة على $\mathbb{N}$ بـ: $v_n=\dfrac{u_n^2}{1-u_n^2}$

برهن أنّ المتتالية $(v_n)$ هندسية أساسها $\dfrac{9}{5}$ يُطلب تعيين حدها الأول $v_0$.

**4)** أ . اكتب عبارة $v_n$ بدلالة $n$ ثمّ استنتج عبارة $u_n$ بدلالة $n$.

ب. احسب نهاية المتتالية $(u_n)$.

**التمرين الثاني: (04 نقاط)**

نعتبر المعادلتين : $693x-216y=738\cdots(E_1)$ و $77x-24y=82\cdots(E_2)$ حيث $x$ و $y$ عددان صحيحان.

**1)** جِد $PGCD(693;216)$ و استنتج أنّ المعادلتين $(E_1)$ و $(E_2)$ متكافئتان.

**2)** تحقّق أنّ الثنائية $(2;3)$ حلّ للمعادلة $(E_2)$ ثمّ أوجد حلولها في $\mathbb{Z}\times\mathbb{Z}$.

**3)** جِد الثنائيات $(x;y)$ حلول المعادلة $(E_2)$ التي تُحقّق: $|y-x|\le 54$.

**4)** ليكن $N$ عددا طبيعيا يُكتب $\overline{\beta 68\alpha}$ في النظام ذي الأساس 9 و يكتب $\overline{1\alpha\beta 0\alpha}$ في النظام ذي الأساس 6.

حيث $\alpha$ و $\beta$ عددان طبيعيان.

جِد العددين $\alpha$ و $\beta$ ، ثمّ اكتب العدد $N$ في النظام العشري.

**التمرين الثالث: (05 نقاط)**

يحتوي كيس على أربع كريات حمراء مرقمة بـ: 2 ، 2، 2 ، 2 و ثلاث كريات خضراء مرقمة بـ: 3 ، 3 ، 2.
الكريات لا نفرق بينها باللمس ، نسحب عشوائيا في آن واحد كريتين من هذا الكيس.

**1)** نعتبر الحدثين: $A$ "الحصول على كريتين تحملان نفس الرقم" و $B$ "الحصول على كريتين مختلفتين في اللون"

أ . احسب احتمال كل من الحدثين $A$ و $B$.

**ب.** بيّن أنّ احتمال الحصول على كريتين تحملان نفس الرّقم ومختلفتين في اللون يساوي $\frac{4}{21}$.

**جـ.** استنتج احتمال الحصول على كريتين تحملان نفس الرّقم أو مختلفتين في اللون .

**2)** ليكن $X$ المتغيّر العشوائي الذي يرفق بكل سحب جُداء الرّقمين الظاهرين على الكريتين المسحوبتين.

عرّف قانون الاحتمال للمتغيّر العشوائي $X$.

**3)** في لعبة، يقوم لاعب بسحب كريتين: إذا كان جُداء رقميهما 4 يربح $x^2$ دينار، إذا كان جُداء رقميهما 6 يخسر $y^2$ دينار و إذا كان جُداء رقميهما 9 يخسر 130 دينار. ($x$ و $y$ عددان طبيعيان غير معدومين)

عيّن قيمة كلّ من $x$ و $y$ حتى تكون هذه اللعبة عادلة.

**التمرين الرابع: (07 نقاط)**

**I)** الدالة العددية $g$ معرّفة على المجال $]0;+\infty[$ بـ : $g(x)=-1+x+2\ln x$.

**1)** ادرس اتجاه تغيرات الدالة $g$.

**2)** احسب $g(1)$ ثمّ استنتج إشارة $g(x)$ حسب قيم $x$ من المجال $]0;+\infty[$.

**II)** الدالة العددية $f$ معرّفة على $]0;+\infty[$ بـ : $f(x)=\frac{-1+(x-2)\ln x}{x}$.

$(C_f)$ تمثيلها البياني في المستوي المنسوب إلى المعلم المتعامد المتجانس $(O;\vec{i},\vec{j})$

**1)** أ . احسب $\lim\limits_{\substack{x \to 0 \\ >}} f(x)$ ثمّ فسّر النتيجة هندسيا.

**ب.** احسب $\lim\limits_{x \to +\infty} f(x)$.

**2)** أ . بيّن أنّه من أجل كل عدد حقيقي $x$ من $]0;+\infty[$ : $f'(x)=\frac{g(x)}{x^2}$.

**ب.** عيّن اتجاه تغيّر الدالة $f$ ثمّ شكّل جدول تغيّراتها.

**3)** ليكن $(\Gamma)$ المنحنى البياني الممثّل للدالة: $x \mapsto \ln x$ على المجال $]0;+\infty[$.

أ . احسب $\lim\limits_{x \to +\infty}\left[f(x)-\ln x\right]$ ، ثمّ فسّر النتيجة هندسيا.

**ب.** ادرس وضعية المنحنى $(C_f)$ بالنسبة إلى المنحنى $(\Gamma)$.

**4)** بيّن أنّ المنحنى $(C_f)$ يقطع حامل محور الفواصل في نقطتين فاصلتاهما $\alpha$ و $\beta$ ، ثمّ تحقّق أنّ :

$0,5<\alpha<0,6$ و $2,9<\beta<3$.

**5)** ارسم $(\Gamma)$ ثمّ $(C_f)$.

**انتهى الموضوع الأول**

# الموضوع الثاني

**التمرين الأول: (04 نقاط)**

يحتوي كيس على كريتين خضراوين تحملان الرّقمين 1 ، 2 وثلاث كريات حمراء تحمل الأرقام 1 ، 2 ، 2 و أربع كريات بيضاء تحمل الأرقام 2 ، 3 ، 3 ، 4. ( الكريات متماثلة لا نفرق بينها باللمس )

**I )** نسحب من هذا الكيس 3 كريات في آن واحد .

**1)** احسب احتمال كل من الحدثين $A$ و $B$ التاليين:

$A$ :" الحصول على 3 كريات من نفس اللون ".

$B$ :" الحصول على كرية بيضاء على الأقل ".

**2)** ليكن $X$ المتغيّر العشوائي الذي يرفق بكلّ سحب أكبر الأرقام المحصل عليها.

أ . بيّن أنّ: $P(X=3)=\frac{3}{7}$ ثمّ عرّف قانون الاحتمال للمتغيّر العشوائي $X$ .

**ب.** احسب الأمل الرياضياتي للمتغيّر العشوائي $X$ .

**II)** نسحب الآن 3 كريات على التوالي دون إرجاع.

ليكن $C$ الحدث: " الحصول على 3 أرقام جُداؤها عدد زوجي" .

احسب احتمال $C$ .

**التمرين الثاني: (04 نقاط)**

**1)** أ . ادرس حسب قيم العدد الطبيعي $n$ بواقي القسمة الإقليدية للعدد $3^n$ على 5 .

**ب.** استنتج باقي القسمة الإقليدية للعدد: $8^{2020}-2\times3^{1441}-1$ على 5 .

**2)** من أجل كل عدد طبيعي $n$ ، نعتبر العدد الطبيعي $a_n$ حيث: $a_n=3^{n+1}+4$ .

عيّن الأعداد الطبيعية $n$ التي من أجلها يكون: $a_n\equiv0[5]$ .

**3)** نعتبر العدد الطبيعي $b_n$ حيث: $b_n=7a_n+5$ .

أ . عيّن القيم الممكنة للقاسم المشترك الأكبر للعددين $a_n$ و $b_n$ .

**ب.** بيّن أنّ: $a_n\equiv0[5]$ إذا وفقط إذا كان $b_n\equiv0[5]$ .

**جـ.** استنتج الأعداد الطبيعية $n$ التي من أجلها يكون $a_n$ و $b_n$ أوليّين فيما بينهما.

**التمرين الثالث: (05 نقاط)**

المتتالية العددية $(u_n)$ معرفة بحدّها الأول $u_0$ حيث: $u_0 = \frac{1}{2}$ و من أجل كل عدد طبيعي $n$ : $u_{n+1} = 3 - \frac{4}{u_n + 2}$ .

**1)** برهن بالتراجع أنّه من أجل كل عدد طبيعي $n$ : $-1 < u_n < 2$

**2)** أ . بيّن أنّه من أجل كل عدد طبيعي $n$ : $u_{n+1} - u_n = \frac{(2-u_n)(1+u_n)}{u_n + 2}$

**ب.** حدّد اتجاه تغيّر المتتالية $(u_n)$ ثمّ استنتج أنّها متقاربة.

**3)** المتتالية العددية $(v_n)$ معرفة على $\mathbb{N}$ بـ : $v_n = \frac{u_n + \alpha}{u_n + 1}$ ، حيث $\alpha$ عدد حقيقي.

أ . اوجد $\alpha$ حتى تكون المتتالية $(v_n)$ هندسية أساسها $\frac{1}{4}$ ، ثمّ احسب حدّها الأول $v_0$.

**ب.** بيّن عندئذٍ أنّه من أجل كل عدد طبيعي $n$: $u_n = \frac{2 \times 4^n - 1}{4^n + 1}$، ثمّ احسب $\lim_{n \to +\infty} u_n$

**التمرين الرابع: (07 نقاط)**

الدّالة العددية $f$ معرّفة على المجال $]-1;+\infty[$ بـ : $f(x) = x - 1 + \frac{1}{4}(2e^{-x} - 1)^2$

$(C_f)$ تمثيلها البياني في المستوي المنسوب إلى المعلم المتعامد المتجانس $(O;\vec{i},\vec{j})$ ( وحدة الطول $2\text{ cm}$ ).

**1)** أ . بيّن أنّه من أجل كلّ عدد حقيقي $x$ من المجال $]-1;+\infty[$ : $f'(x) = (1-e^{-x})(2e^{-x}+1)$ .

**ب.** ادرس اشارة $f'(x)$ واستنتج اتجاه تغيّر الدّالة $f$ .

**جـ.** احسب $\lim_{x \to +\infty} f(x)$ ثمّ شكّل جدول تغيّرات الدّالة $f$ .

**2)** أ . بيّن أنّ المستقيم $(\Delta)$ ذا المعادلة: $y = x - \frac{3}{4}$ مقارب مائل للمنحنى $(C_f)$.

**ب.** ادرس وضعية $(C_f)$ بالنسبة إلى المستقيم $(\Delta)$.

**3)** بيّن أنّ المنحنى البياني $(C_f)$ يقبل مماسا $(T)$ موازيا للمستقيم $(\Delta)$ يُطلب كتابة معادلة له.

**4)** بيّن أنّ المنحنى البياني $(C_f)$ يقبل نقطة انعطاف يُطلب تعيينها.

**5)** ارسم $(\Delta)$ ، $(T)$ و المنحنى البياني $(C_f)$.

**6)** ليكن $m$ وسيطا حقيقيا. عيّن مجموعة قيم $m$ التي من أجلها تقبل المعادلة : $f(x) = x + m$ حلين مختلفين.

**انتهى الموضوع الثاني**

| عناصر الإجابة (الموضوع الأوّل) | العلامة مجزأة | العلامة مجموعة |
|---|---|---|
| **التّمرين الأوّل: (04 نقاط)** | | |
| **1)** أ) نقل الشّكل وتمثيل الحدود الأربعة الأوّلى على محور الفواصل | 0.5 | 0.75 |
| **ب)** وضع تخمين: $(u_n)$ متزايدة تماما ومتقاربة. | 0.25 | |
| **2)** أ) البرهان أنّه من أجل كل عدد طبيعي $n$ : $\frac{1}{2} \le u_n < 1$ | 0.5 | 1.5 |
| **ب)** لدينا: من أجل كل عدد طبيعي $n$ : $u_{n+1} - u_n = \frac{u_n\left(3-\sqrt{4u_n^2+5}\right)}{\sqrt{4u_n^2+5}}$ <br> وبما أن $3-\sqrt{4u_n^2+5} > 0$ فإن $(u_n)$ متزايدة تماما. (تقبل كل طريقة صحيحة للحل) | 0.5 <br> 0.25 | |
| استنتاج أنّ المتتالية $(u_n)$ متقاربة. | 0.25 | |
| **3)** من أجل كل عدد طبيعي $n$ : $v_{n+1} = \frac{9}{5}v_n$ ومنه $(v_n)$ هندسية أساسها $\frac{9}{5}$ و $v_0 = \frac{1}{3}$ | 0.5 <br> 0.25 | 0.75 |
| **4)** أ ) عبارة الحد العام $v_n$ : $v_n = \frac{1}{3}\cdot\left(\frac{9}{5}\right)^n$ و $u_n = \sqrt{\frac{1}{1+3\left(\frac{5}{9}\right)^n}}$ | 0.25 <br> 0.5 | 1 |
| **ب)** $\lim_{n\to+\infty} u_n = 1$ | 0.25 | |
| **التّمرين الثّاني : (04 نقاط)** | | |
| **1)** نجد: $PGCD(693;216) = 9$ واستنتاج : $(E_1)$ و $(E_2)$ متكافئتان | 0.5+ <br> 0.25 | 0.75 |
| **2)** التّحقّق أنّ الثّنائية $(2;3)$ حلّ للمعادلة $(E_2)$ <br> و حلول المعادلة $(E_2)$ في $\mathbb{Z}\times\mathbb{Z}$ هي الثنائيات: $(24k+2;77k+3)$ ; $k\in\mathbb{Z}$ | 0.25 <br> 0.75 | 1 |
| **3)** لدينا: $\lvert y-x\rvert \le 54$ يكافئ $k\in\{-1;0;1\}$ <br> وبالتّالي: $(x;y)\in\{(-22;-74),(2;3),(26;80)\}$ | 0.75 | 0.75 |
| **4)** $N = \overline{\beta 68\alpha}^{9} = \alpha + 729\beta + 558$ و $N = \overline{1\alpha\beta 0\alpha}^{6} = 217\alpha + 36\beta + 1296$ <br> مع $0 \le \alpha < 6$ و $0 < \beta < 6$ <br> لدينا: $\alpha + 729\beta + 558 = 217\alpha + 36\beta + 1296$ تكافئ $693\beta - 216\alpha = 738$ ومنه: <br> $\alpha = 3$ و $\beta = 2$ و $N = 2019$ | 2x0.5 <br> 0.25 <br> 0.25 | 1.5 |

<table>
<tr><th rowspan="2">عناصر الإجابة (الموضوع الأوّل)</th><th colspan="2">العلامة</th></tr>
<tr><th>مجزأة</th><th>مجموعة</th></tr>
<tr><td colspan="3">التّمرين الثّالث: (05 نقاط)</td></tr>
<tr><td>1) $P(A)=\frac{11}{21}$ ، $P(B)=\frac{12}{21}$ .</td><td>2x0.75</td><td>1.5</td></tr>
<tr><td>2) أ) $P(A\cap B)=\frac{C_4^1\times C_1^1}{21}=\frac{4}{21}$</td><td>0.5</td><td rowspan="2">1</td></tr>
<tr><td>ب) الاستنتاج: $P(A\cup B)=P(A)+P(B)-P(A\cap B)=\frac{19}{21}$</td><td>0.5</td></tr>
<tr><td>3) مجموعة قيم $X$ هي $\{4;6;9\}$<br>وقانون احتمال $X$ معرف بالجدول التّالي:<br>| $x_i$ | 4 | 6 | 9 |<br>| $P(X=x_i)$ | $\frac{10}{21}$ | $\frac{10}{21}$ | $\frac{1}{21}$ |</td><td>0.25<br>1.25</td><td>1.5</td></tr>
<tr><td>4) تكون اللّعبة عادلة من أجل $x^2-y^2=13$ ومنه: $x=7$ ، $y=6$ .</td><td>2x0.5</td><td>1</td></tr>
<tr><td colspan="3">التّمرين الرابع: (07 نقاط)</td></tr>
<tr><td>I) 1) من أجل كل $x$ من $]0;+\infty[$ : $g'(x)=\frac{x+2}{x}$ و $g'(x)>0$<br>ومنه $g$ متزايدة تماما على $]0;+\infty[$ .</td><td>0.5<br>0.25</td><td>0.75</td></tr>
<tr><td>2) نجد: $g(1)=0$ ، $g(x)$ سالبة تماما على $]0;1[$ وموجبة تماما على $]1;+\infty[$</td><td>0.25+0.75</td><td>1</td></tr>
<tr><td>II) 1) أ) $\lim\limits_{x\to 0} f(x)=+\infty$ . المستقيم ذي المعادلة $x=0$ مقارب للمنحنى $(C_f)$</td><td>2x0.25</td><td rowspan="2">1</td></tr>
<tr><td>ب) $\lim\limits_{x\to +\infty} f(x)=+\infty$ .</td><td>0.5</td></tr>
<tr><td>2) أ) من أجل كلّ عدد حقيقي $x$ من $]0;+\infty[$ : $f'(x)=\frac{g(x)}{x^2}$</td><td>0.5</td><td rowspan="3">1.25</td></tr>
<tr><td>ب) الدّالة $f$ متناقصة تماما على $]0;1]$ ومتزايدة تماما على $[1;+\infty[$</td><td>0.5</td></tr>
<tr><td>جدول التّغيرات</td><td>0.25</td></tr>
<tr><td>3) أ) $\lim\limits_{x\to +\infty}\left(\frac{-1}{x}-\frac{2\ln x}{x}\right)=0$ $\lim\limits_{x\to +\infty}[f(x)-\ln x]=$ .<br>التّفسير الهندسي: المنحنى $(\Gamma)$ مقارب للمنحنى $(C_f)$ بجوار $+\infty$</td><td>0.5<br>0.25</td><td rowspan="2">1.5</td></tr>
<tr><td>ب) لدينا: $f(x)-\ln x=-\frac{1}{x}(1+2\ln x)$<br>إشارة المقدار $f(x)-\ln x$<br>يكون المنحنى $(C_f)$ فوق $(\Gamma)$ على المجال $\left]0;e^{\frac{-1}{2}}\right[$ و تحت $(\Gamma)$ على $\left]e^{\frac{-1}{2}};+\infty\right[$<br>و $(C_f)\cap(\Gamma)=\left\{A\left(e^{\frac{-1}{2}};\frac{-1}{2}\right)\right\}$</td><td>0.25<br>0.25<br>0.25</td></tr>
</table>

| عناصر الإجابة (الموضوع الأوّل) | العلامة مجزأة | العلامة مجموعة |
|---|---|---|
| **4)** تبيان أن المنحنى $\left(C_f\right)$ يتقاطع مع حامل محور الفواصل في نقطتين فاصلتيهما $\alpha$ و $\beta$<br>والتّحقّق أن: $0.5<\alpha<0.6$ و $2.9<\beta<3$ | 0.5<br>0.25 | 0.75 |
| **5)** رسم $(\Gamma)$<br>رسم $\left(C_f\right)$ | 0.25<br>0.5 | 0.75 |

<table>
<tr><th colspan="2">العلامة</th><th rowspan="2">عناصر الإجابة (الموضوع الثّاني)</th></tr>
<tr><th>مجموعة</th><th>مجزأة</th></tr>
<tr><td colspan="3">التّمرين الأوّل: (04 نقاط)</td></tr>
<tr><td>1.25</td><td>0.25<br>2x0.5</td><td>I) 1) لدينا عدد الحالات الممكنة : $C_9^3=84$<br>نجد: $P(A)=\frac{5}{84}$ ، $P(B)=1-\frac{5}{42}=\frac{37}{42}$</td></tr>
<tr><td rowspan="2">2.25</td><td>0.25<br>0.75<br>2x0.5</td><td>2) أ) قيم $X$ هي 2 ، 3 و 4<br>$P(X=3)=\frac{3}{7}$<br>وقانون احتمال $X$ :<br>$x_i$: 2 | 3 | 4<br>$P(X=x_i)$: $\frac{5}{21}$ | $\frac{9}{21}$ | $\frac{7}{21}$</td></tr>
<tr><td>0.25</td><td>ب) $E(X)=\frac{65}{21}$</td></tr>
<tr><td>0.5</td><td>2x0.25</td><td>II) عدد الحالات الممكنة: $A_9^3=504$ و منه: $P(C)=1-\frac{A_4^3}{504}=\frac{20}{21}$</td></tr>
<tr><td colspan="3">التّمرين الثّاني: (04 نقاط)</td></tr>
<tr><td rowspan="2">1.5</td><td>1</td><td>1) أ) دراسة بواقي قسمة $3^n$ على 5:<br>من أجل $n=4k$ نجد $3^n\equiv1[5]$ ، من أجل $n=4k+1$ نجد $3^n\equiv3[5]$<br>من أجل $n=4k+2$ نجد $3^n\equiv4[5]$ ، من أجل $n=4k+3$ نجد $3^n\equiv2[5]$</td></tr>
<tr><td>0.5</td><td>ب) باقي قسمة العدد: $1-2\times3^{1441}-8^{2020}$ على 5 هو 4</td></tr>
<tr><td>0.75</td><td>0.75</td><td>2) لدينا: $a_n\equiv0[5]$ يكافئ : $n=4k+3$ و $k$ عدد طبيعي</td></tr>
<tr><td rowspan="3">1.75</td><td>0.5</td><td>3) أ) القيم الممكنة للقاسم المشترك الأكبر للعددين $a_n$ و $b_n$ هي 1 و 5</td></tr>
<tr><td>0.5</td><td>ب) بيان أنّ: $a_n\equiv0[5]$ اذا وفقط اذا كان $b_n\equiv0[5]$</td></tr>
<tr><td>0.25<br>0.25<br>0.25</td><td>جـ) قيم العدد الطبيعي $n$ التي من أجلها يكون القاسم المشترك الأكبر للعددين $a_n$ و $b_n$ هو 5 هي $n=4k+3$ و $k$ عدد طبيعي، بالتّالي:<br>قيم العدد الطبيعي $n$ التي من أجلها $a_n$ و $b_n$ أوليان فيما بينهما هي:<br>$n=4k$ ، $n=4k+1$ و $n=4k+2$ مع $k$ عدد طبيعي</td></tr>
<tr><td colspan="3">التّمرين الثّالث: (05 نقاط)</td></tr>
<tr><td>1</td><td>1</td><td>1) برهان بالتّراجع، انّه من اجل كل عدد طبيعي $n$ : $-1<u_n<2$</td></tr>
<tr><td rowspan="2">1.25</td><td>0.5</td><td>2) أ ) بيان انّه من أجل كل عدد طبيعي $n$ : $u_{n+1}-u_n=\frac{(2-u_n)(1+u_n)}{u_n+2}$</td></tr>
<tr><td>0.5<br>0.25</td><td>ب) المتتالية $(u_n)$ متزايدة تماما على $\mathbb{N}$.<br>الاستنتاج: المتتالية $(u_n)$ متزايدة تماما ومحدودة من الأعلى فهي متقاربة</td></tr>
</table>

| عناصر الإجابة (الموضوع الثّاني) | العلامة مجزأة | العلامة مجموعة |
|---|---|---|
| 3) لدينا: $v_n = \frac{u_n+\alpha}{u_n+1}$ حيث $\alpha$ عدد حقيقي.<br>أ) قيمة $\alpha$ حتى تكون $(v_n)$ هندسية أساسها $\frac{1}{4}$ هي $-2$.<br>ونجد $v_0=-1$ | 1<br>0.25 | 2.75 |
| ب) من: $v_n = \frac{u_n-2}{u_n+1}$ نجد: $u_n = \frac{v_n+2}{1-v_n}$ ولدينا: $v_n = -\left(\frac{1}{4}\right)^n$<br>بالتالي: $u_n = \frac{2\times 4^n-1}{4^n+1}$<br>ونجد: $\lim\limits_{n\to+\infty} u_n = 2$ | 0.5<br>0.75<br>0.25 | |
| **التّمرين الرابع: (07 نقاط)** | | |
| 1) أ) بيان أنه من أجل كلّ $x$ من $[-1;+\infty[$: $f'(x) = (1-e^{-x})(2e^{-x}+1)$ | 0.5 | 2 |
| ب) $f'(x)<0$ على $[-1;0[$ و $f'(x)>0$ على $]0;+\infty[$ مع: $f'(0)=0$<br>الاستنتاج: الدّالة $f$ متناقصة تماما على $[-1;0]$ و متزايدة تماما على $[0;+\infty[$ | 0.5<br>0.25 | |
| جـ) $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x) = +\infty$<br>جدول التّغيرات | 0.5<br>0.25 | |
| 2) أ) لدينا: $\lim\limits_{x\to+\infty}\left[f(x)-(x-\frac{3}{4})\right]=0$ ومنه $(\Delta)$ مقارب مائل لـ $(C_f)$ | 0.5 | 1.25 |
| ب) من إشارة $\left[f(x)-(x-\frac{3}{4})\right]$<br>نجد: $(C_f)$ فوق $(\Delta)$ على $]-1;0[$ و $(C_f)$ تحت $(\Delta)$ على $]0;+\infty[$<br>و $(C_f)\cap(\Delta) = \left\{A\left(0;-\frac{3}{4}\right)\right\}$ | 0.5<br>0.25 | |
| 3) لدينا: $f'(x)=1$ يكافئ: $x=\ln 2$ بالتّالي $(C_f)$ يقبل مماسا $(T)$ يوازي $(\Delta)$<br>في النّقطة التي فاصلتها $\ln 2$<br>و $(T): y = x-1$ | 0.5<br>0.25 | 0.75 |
| 4) لدينا: من أجل كل $x$ من $[-1;+\infty[$: $f''(x) = e^{-x}(4e^{-x}-1)$<br>و $f''$ تنعدم عند $\ln 4$ مغيّرة إشارتها بالتّالي $w\left(\ln 4;-\frac{15}{6}+\ln 4\right)$ نقطة انعطاف | 0.5<br>0.5<br>0.25 | 1.25 |

| عناصر الإجابة (الموضوع الثّاني) | العلامة مجزأة | العلامة مجموعة |
|---|---|---|
| **5)** رسم $(\Delta)$ و $(T)$<br>رسم $(C_f)$<br> | 2×0.25<br>0.5 | 1 |
| **6)** حلول المعادلة $f(x)=x+m$ هي فواصل نقط تقاطع $(C_f)$ والمستقيم ذي المعادلة $y=x+m$<br>بالتّالي للمعادلة حلّان مختلفان يكافئ $m\in\left]-1;-\frac{3}{4}\right[$ | 0.25<br>0.5 | 0.75 |